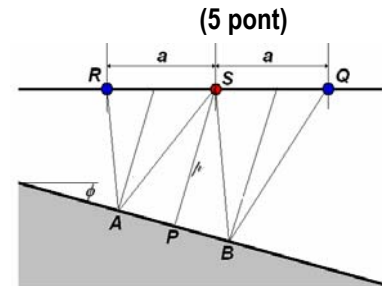


**I.A. Földrengés és . . .**

Két különböző közet határfelületén egy beeső szeizmikus hullám egy megtört (továbbított) és egy visszavert hullámra bomlik fel. A „visszaverődés módszere” egy közzettani vizsgálati módszer, amelyik a szeizmikus hullámok viselkedését használja fel a közzetrétegek határfelületén.

A jelen feladat azt tűzi ki célul, hogy vizsgálód meg, hogy lehet meghatározni egy közzetréteg elhelyezkedését a föld belsejében, melynek a felső felülete ferdén helyezkedik el a föld sík és vízszintesnek tekintett felületéhez képest. A mellékelt ábrán az RQ egyenes a föld felületét, míg az AB egyenes a közzet felületét ábrázolja, függőleges metszetben. A Föld felszínén található S pontban történő robbanás által létrehozott szeizmikus hullámokat két, az R és Q pontokban elhelyezett detektorok érzékelik. Az R és Q pontok egyenlő,  $a = 100m$ , távolságra helyezkednek el az S ponttól. Feltételezzük, hogy az R, S és Q pontok egy síkban találhatók és ez a sík merőleges a föld felszíne és a közzetréteg felső határfelülete által meghatározott lapszög élére. Ha a robbanás  $t_0$  időpillanatban történik az egyik detektor  $t_1 = t_0 + 0,025s$  időpillanatban egy szeizmikus jelet észlel és a másikat  $t_2 = (t_0 + \sqrt{3}/40)s \cong t_0 + 0,043s$  időpillanatban észleli. A második detektor két jelet érzékel a  $t_1 = t_0 + 0,025s$  és  $t_2' = (t_0 + \sqrt{7}/40)s \cong t_0 + 0,066s$  időpillanatokban. Határozd meg:



(5 pont)

Határozd meg:

- a robbanás hely és a közzetréteg felszíne közötti  $p$  távolságot.
- a vízszintes földfelszín és a közzetréteg által meghatározott lapszög értékét.

A megoldásban – esetleg – feltételezheted, hogy az R és Q pontokba érkező szeizmikus hullámok egy virtuális forrástól érkeznének, mely a valódi forrás szimmetrikusa az AB egyeneshez képest.

Ismert, hogy egy tetszőleges  $a, b, c$  oldalú háromszögben  $c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos C$ , ahol  $C$  a  $c$  oldallal szembe elhelyezkedő szög (az általános Pitagorasz tétel).

**I.B. Hullámok**

(5 pont)

Azok a szeizmikus hullámok melyeknek az epicentruma az óceánok alatt helyezkedik el, az óceán vizének felszínén hullámokat hoznak létre. Ezeknek a hullámoknak az amplitúdója kicsi a nyílt tengeren, ott ahol az óceán  $h$  mélysége nagy, de a parthoz közeledve a amplitúdó értéke számottevő lesz (szökőár).

a. Határozd meg egy rugalmas, egyenletes húr energiasűrűségének kifejezését. Tudjuk, hogy a húr egységnyi hosszának tömege  $\mu$ , valamint azt, hogy a húrban az  $F$  feszítőerő hatására transzverzális harmonikus hullámok jönnek létre. Határozd meg a hullám által szállított teljesítmény kifejezését is.

b. Mutasd ki, hogy a szökőár amplitúdója egyenesen arányos a  $1/h^{1/4}$  mennyiséggel. A bizonyítás során vedd figyelembe, hogy, akár a húrban terjedő transzverzális hullámok esetében, a szállított teljesítmény egyenesen arányos a  $v\omega^2 A^2$  mennyiséggel. Tételezd fel, hogy az  $\omega$  körfrekvencia állandó marad és nincsen teljesítmény veszteség. Vedd figyelembe, hogy a felszíni, gravitációs, hullámok terjedési sebessége  $v = \sqrt{gh}$  mély víz esetében (szökőárnál is).

c. Feltételezve, hogy a nyílt tengeren, ahol a víz mélysége  $h_{\text{arg}} = 4km$  a szökőár amplitúdója  $30cm$ , határozd meg az amplitúdót, illetve a hullámhegy és hullámvölgy közötti szintkülönbséget ott, ahol a part közelében, a víz mélysége  $h_{\text{mal}} = 10m$ .

**II.A. A fjord és . . . . .**

(5 pont)

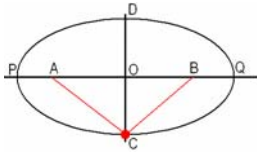
A fjord egy nagyon hosszú és keskeny öböl, melynek a partjai magasak és majdnem függőlegesek. Úgy tekinthetjük mint egy  $L$  szélességű és  $\ell = 30km$  hosszúságú téglalast alakú „edényt”, melyben,  $h = 30m$  mélységű víz található. Néha a fjord vize kilenghet, úgy, hogy ennek a nagyon keskeny téglalap alakú sík felszíne megdőlj, és forog egy, a fjord rövid oldalával párhuzamos tengely körül, tengely, mely az öböl hosszának a felénél helyezkedik el. A leírt gravitációs rezgés esetében a víz a fjord keskeny végein felemelkedik, majd leereszkedik  $d$  távolságon a csendes víz vízszintes felszínéhez képest. Tanulmányozva a fjord vize súlypontjának mozgását, határozd meg a víz saját rezgésfrekvenciáját a fjord geometriai méretei és  $g = 10m \cdot s^{-1}$  gravitációs gyorsulás függvényében. Vedd figyelembe, hogy

$\ell \gg L \gg h \gg d$  és azt, hogy a víz felszíne a rezgés ideje alatt sík marad.

### II.B. Gyöngyöcske

(5 pont)

Egy nyújthatatlan, elhanyagolható tömegű és  $2\ell$  hosszúságú fonalat  $A$  és  $B$ , azonos vízszintesen található, egymástól  $2d$  távolságra lévő pontokban felfüggesztünk ( $d < \ell$ ). Egy kicsi súlyos gyöngyöcske súrlódásmentesen csúszhat a fonalon. Határozd meg a gyöngyöcske, felfüggesztési pontokon áthaladó függőleges síkban történő kis rezgéseinek periódusát. A gravitációs gyorsulás  $g$ .



Esetleg vedd figyelembe:

Az ellipszis azon pontok mértani helye melyekre két rögzített ponttól mért távolságok összege állandó. Analitikusan egy Descartes féle koordinátarendszerben az ellipszis egyenlete:  $(x^2/a^2) + (y^2/b^2) = 1$  ahol  $|OP| = |OQ| = a$  az ellipszis nagy féltengelye, valamint  $|OC| = |OD| = b$  az ellipszis kis féltengelye. A feladat esetében  $|AC| = |CB| = \ell$  és

$|AO| = |OB| = d$ . A  $P$  pontra a távolságok összegének állandósága  $|PA| + |PB| = a - d + a + d = 2a = 2\ell$  egyenlethez vezet.

### III.A. Denevérek és . . . . .

(5 pont)

A denevérek úgy irányítják repülésüket illetve határozzak meg zsákmányuk helyzetét, hogy ultrahangokat bocsátanak ki majd a visszaverődő hullámokat érzékelik. Megdöbbentő ügyességgel fognak el rovarokat, sötétben, igen nagy sebességgel repülve. Bonyolult „ visszhang-lokációs“ rendszerük lehetővé tesz számukra azt hogy megkülönböztessék egymástól a repülő lepkét a hulló falevélről. Tételezd fel, hogy a levegő a földhöz képest nyugalomban van és egy denevér a levegőhöz képest  $9,0 \text{ m/s}$  sebességgel repül egy pillangó felé, mely a levegőhöz



képest  $8,0 \text{ m/s}$  sebességgel repül a denevér felé. Az ultrahang a levegőben  $v = 343 \text{ m/s}$  sebességgel terjed. Repülés közben a denevér rövid időtartamú ultrahang jeleket bocsát ki, egy bizonyos frekvencián majd felfogja a pillangóról visszaverődő ultrahangokat. Mi több, a denevér változtatni tudja a kibocsátott ultrahang frekvenciáját úgy hogy a felfogott ultrahang frekvenciája  $83 \text{ kHz}$  legyen, mivel ezen a frekvencián „hall” a legjobban.

a. modellezd a fentebb leírt helyzetet, feltételezve egy mozgásban levő pontszerű hangforrást, melynek abszolút sebessége  $\vec{v}_s$  és az általa kibocsátott hanghullám frekvenciája  $\nu$  valamint egy mozgó hangérzékelőt, mely ellentétes irányba mozog  $\vec{v}_d$  abszolút sebességgel. Az adott közegben a hangforrás által kibocsátott hullámok  $\vec{v}$  sebességgel terjednek, gömbhullámok formájában. Tételezd fel azt hogy a hangforrás sebessége is meg a hangérzékelő sebessége is kisebb mint a hangforrás által kibocsátott jel terjedési sebessége.

Határozd meg, a klasszikus fizika értelmében a hangérzékelő által észlelt hangjel frekvenciájának összefüggését a hangforrás  $\nu$  frekvenciájának, a hangforrás  $v_s$  abszolút sebességének, a hangérzékelő  $v_d$  abszolút sebességének valamint a hanghullám  $v$  terjedési sebességének függvényében. Elemezd azt az esetet is, amikor, a feladat értelmében, a hangforrás és az érzékelő egymáshoz közelednek és azt is, amikor egymáshoz képest távolodnak.

b. Számítsd ki a pillangó által észlelt és visszavert hullámok frekvenciáját, ha a denevér által felfogott jel frekvenciája  $83 \text{ kHz}$ .

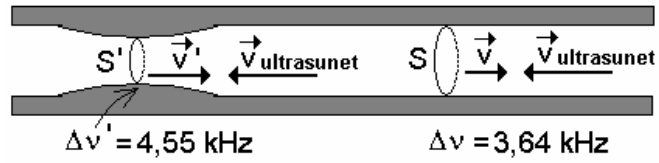
c. Számítsd ki a denevér által kibocsátott ultrahang frekvenciáját úgy hogy az általa felfogott ultrahang frekvenciája  $83 \text{ kHz}$  legyen.

### III.B. Ütőerek

(5 pont)

Az ekográfok nagyfrekvenciájú ( $7 - 12 \text{ MHz}$ ) ultrahanggal működő artériális letapogató készülékek. Segítségükkel nagyfelbontású felvételeket készíthetünk a test felszínének közelében elhelyezkedő ütőerekről, valamint meghatározhatjuk a bennük áramló vér sebességét. Ezek a készülékek egy ultrahangforrást tartalmaznak, a kibocsátott ultrahangok visszaverődnek a vérben található mozgó „részecskékről”. Egy érzékelő igen pontosan tudja mérni a beeső és visszavert ultrahang hullámok egymáratevődése által létrejött lebegés frekvenciáját. Tételezd fel hogy az ultrahangforrás és az érzékelő között a távolság igen kicsi, az ultrahang frekvenciája  $\nu = 7 \text{ MHz}$  míg terjedési sebessége az artériában  $v_{\text{ultrahang}} = 1540 \text{ m/s}$ . Tételezd fel hogy a vér áramlási sebessége ugyanakkora az artéria merőleges keresztmetszetének bármely pontjában,  $\vec{v}$ . Az ütőér mentén különböző pontokba helyezve a letapogatót, azt tapasztaljuk hogy a lebegés frekvenciája  $\Delta\nu = 3,64 \text{ kHz}$ , egy kis szakasz kivételével, ahol a lebegés frekvenciája  $\Delta\nu' = 4,55 \text{ kHz}$ . A

frekvencia növekedése az ér falának megvastagodását és részleges elzáródását jelzi. Tételezd fel hogy a mérések alatt a letapogató nyugalomban van a testhez képest és használd fel az alábbi ábrán található információkat.



- Határozd meg az ütőér S keresztmetszetén áramló vér  $v$  sebességét.
- Becsüld fel az ütőér  $\frac{S - S'}{S}$  elzáródási fokát .

*Javasolták*

*Profesor Delia Constanța DAVIDESCU, profesor Adrian S.DAFINEI*